

Д. Ф. Алиев, М. В. Козлов,  
П. М. Кривенков, В. Н. Сидоренко

---

---

СОВРЕМЕННЫЕ  
**ДИНАМИЧЕСКИЕ**  
**ЗАДАЧИ**  
**В АТОМНОЙ**  
**ЭНЕРГЕТИКЕ**  
И МЕТОДЫ  
ИХ РЕШЕНИЯ



URSS

# Оглавление

<b>Предисловие</b>	<b>9</b>
<b>1 Введение: актуальные динамические задачи в атомной энергетике</b>	<b>11</b>
1.1 Атомная энергетика стран мира . . . . .	11
1.2 Атомная энергетика Российской Федерации . . . . .	26
<b>2 Динамические системы с обратными связями</b>	<b>37</b>
2.1 Определение и структура описания динамических систем . . .	37
2.2 Основные парадигмы имитационного моделирования динамических систем . . . . .	41
2.2.1 Динамические системы . . . . .	42
2.2.2 Дискретно-событийное моделирование . . . . .	44
2.2.3 Многоагентные системы . . . . .	49
2.2.4 Системная динамика . . . . .	50
2.3 Построение имитационных моделей . . . . .	65
<b>3 Детерминированные динамические системы с непрерывным и дискретным временем</b>	<b>75</b>
3.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы . . .	75
3.1.1 Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами . . . . .	75
3.1.2 Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами . . . . .	78
3.1.3 Метод комплексных амплитуд . . . . .	79
3.1.4 Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами . . . . .	81
3.1.5 Линейные неоднородные системы с переменными коэффициентами . . . . .	82
3.1.6 Линейное уравнение $n$ -го порядка . . . . .	83
3.1.7 Устойчивость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами . . . . .	84
3.2 Детерминированные динамические системы с дискретным временем . . . . .	85

3.2.1	Линейные разностные уравнения . . . . .	85
3.2.2	Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами . . . . .	87
3.2.3	Линейное неоднородное разностное уравнение . . . . .	89
3.2.4	Линейные системы разностных уравнений . . . . .	90
3.2.5	Линейная однородная система разностных уравнений с постоянными коэффициентами . . . . .	92
3.2.6	Устойчивость решений линейных систем разностных уравнений . . . . .	94
<b>4</b>	<b>Стохастические динамические системы с дискретным и непрерывным временем</b> . . . . .	<b>95</b>
4.1	Дискретные марковские цепи с дискретным и непрерывным временем . . . . .	95
4.1.1	Дискретное приближение процесса броуновского движения . . . . .	95
4.1.2	Уравнение в частных производных, связанное с процессом броуновского движения . . . . .	99
4.1.3	Броуновское движение с постоянным сносом . . . . .	100
4.1.4	Дискретные марковские цепи . . . . .	101
4.1.5	Дискретные марковские цепи с непрерывным временем . . . . .	104
4.1.6	Дифференциальные уравнения Колмогорова для дискретной марковской цепи с непрерывным временем . . . . .	107
4.1.7	Вывод прямых и обратных уравнений Колмогорова: конечное множество состояний . . . . .	111
4.1.8	Вероятностный смысл уравнений Колмогорова . . . . .	113
4.1.9	Уравнения Колмогорова в случае бесконечного числа состояний . . . . .	114
4.2	Общие марковские процессы с непрерывным временем . . . . .	115
4.2.1	Марковские процессы с непрерывным временем и непрерывным множеством состояний . . . . .	115
4.2.2	Уравнения Колмогорова . . . . .	117
4.2.3	Преобразование генератора диффузии при переходе к функции от процесса . . . . .	122
4.3	Стохастические дифференциальные уравнения . . . . .	124
4.3.1	Уравнение Фоккера–Планка и стохастические дифференциальные уравнения . . . . .	124
4.3.2	Стохастический интеграл Ито . . . . .	126
4.4	Стационарные случайные процессы с дискретным и непрерывным временем . . . . .	131
4.4.1	Свойства второго порядка . . . . .	131
4.4.2	Непрерывность и дифференцируемость в среднеквадратичном . . . . .	132
4.4.3	Интегрируемость в среднеквадратичном . . . . .	134
4.4.4	Интегралы по ортогональной случайной мере . . . . .	135
4.4.5	Стационарные в широком смысле процессы . . . . .	137

4.4.6	Разложение стационарного процесса на гармонические составляющие . . . . .	138
4.4.7	Представление стационарного процесса в виде скользящего среднего . . . . .	142
4.4.8	Разложение Вольда . . . . .	148
4.4.9	Линейные динамические системы . . . . .	150
4.4.10	Реакция линейных систем на случайные воздействия . . . . .	154
4.4.11	Прогноз и фильтрация стационарных процессов . . . . .	156
4.5	Информационные измерительные системы . . . . .	160
4.5.1	Информационный синтез оптимальных характеристик одномерных динамических систем с изопараметрическим ограничением . . . . .	160
4.5.2	Выбор интервала дискретизации измерений по критерию максимума информации . . . . .	162
4.5.3	Синтез информационно-измерительной системы по информационному критерию качества . . . . .	165
4.5.4	Оптимизация информационно-измерительной системы по точностному критерию методом нелинейного программирования . . . . .	167
4.5.5	Метод синтеза оптимальных дискретных систем по информационному критерию при случайных сигналах со стационарными приращениями . . . . .	169
4.5.6	Шенноновская информация . . . . .	171
4.5.7	Измерительные информационные системы . . . . .	176
4.6	Фильтр Калмана . . . . .	187
4.6.1	Модальное управление при полной информации о состоянии системы . . . . .	187
4.6.2	Наблюдаемость линейных стационарных систем . . . . .	188
4.6.3	Принцип построения наблюдающего устройства в виде модели системы с обратной связью по ошибке восстановления . . . . .	190
4.6.4	Фильтр Калмана как оптимальное наблюдающее устройство в нестационарной системе . . . . .	191
4.6.5	Дискретный фильтр Калмана как устройство, выдающее наилучшую линейную несмещенную оценку состояния . . . . .	193
4.6.6	Фильтр Калмана как оптимальное наблюдающее устройство в стационарной системе . . . . .	194
4.6.7	Построение дискретного фильтра Калмана . . . . .	195
4.6.8	Построение непрерывного фильтра Калмана-Бьюси . . . . .	203
5	<b>Статистический анализ динамических систем</b>	<b>211</b>
5.1	Линейная статистическая модель . . . . .	211
5.1.1	Кривая регрессии . . . . .	211
5.1.2	Линейная статистическая модель . . . . .	212
5.1.3	Линейные несмещенные оценки вектора среднего . . . . .	213

5.1.4	Наилучшие линейные несмещенные оценки: геометрический подход . . . . .	214
5.1.5	Наилучшие линейные несмещенные оценки как оценки наименьших квадратов . . . . .	215
5.1.6	Матрица ковариаций наилучших линейных несмещенных оценок вектора среднего . . . . .	216
5.1.7	Наилучшие линейные несмещенные оценки коэффициентов регрессии . . . . .	216
5.1.8	Матрица ковариаций наилучших оценок . . . . .	218
5.1.9	Нормальная система уравнений . . . . .	219
5.1.10	Каноническая форма линейной модели . . . . .	219
5.1.11	Оценивание дисперсии . . . . .	221
5.1.12	Коррелированные наблюдения . . . . .	221
5.1.13	Коррелированные наблюдения: геометрический подход . . . . .	222
5.1.14	Метод максимального правдоподобия . . . . .	223
5.1.15	Выборка из нормального распределения . . . . .	225
5.1.16	Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок . . . . .	227
5.1.17	Асимптотическая взаимная сингулярность распределений в повторной выборке . . . . .	228
5.1.18	Логарифм отношения правдоподобия асимптотически «разъединяет» носители распределений в повторной выборке . . . . .	229
5.1.19	Состоятельный корень уравнения правдоподобия . . . . .	230
5.1.20	Асимптотическая нормальность оценки максимального правдоподобия: скалярный параметр . . . . .	230
5.1.21	Асимптотическая нормальность оценок уравнения максимум правдоподобия: векторный параметр . . . . .	234
5.1.22	Многомерное нормальное распределение . . . . .	237
5.1.23	Доверительные области в линейной модели с независимыми нормальными ошибками . . . . .	239
5.1.24	Проверка линейных гипотез . . . . .	241
5.2	Анализ временных рядов . . . . .	242
5.2.1	Стационарные временные ряды . . . . .	242
5.2.2	Ковариационно-стационарные временные ряды . . . . .	245
5.2.3	Процессы скользящего среднего. Геометрия случайных величин с конечными вторыми моментами . . . . .	248
5.2.4	Процесс авторегрессии . . . . .	252
5.2.5	Нестационарные ARMA-модели, модель ARIMA . . . . .	257
5.3	Анализ панельных данных . . . . .	260
5.3.1	Анализ ковариаций . . . . .	260
5.3.2	Простая регрессия, модели с фиксированными и случайными эффектами . . . . .	266
5.3.3	Обобщенный метод наименьших квадратов . . . . .	270
5.3.4	Оценки максимального правдоподобия . . . . .	273

<i>ОГЛАВЛЕНИЕ</i>	7
<b>6 Заключение</b>	<b>275</b>
<b>А Пример системно-динамической модели «СДМ-АЭС»</b>	<b>277</b>
<b>В Пример мультиагентной модели «Топливный цикл»</b>	<b>279</b>
<b>Литература</b>	<b>281</b>